Függvények. A középiskolás anyag összefoglalása

Barczi
Péter
Inviato da Barczi Péter il 2025. 09. 08., h – 20:51
Tipologia di piano
Piano di lezione
Settore
Gazdálkodás és menedzsment
Argomento, area di apprendimento
függvényekkel kapcsolatos alapfogalmak
Classe / destinatari
14. évfolyam
Obiettivi di apprendimento
A függvény fogalmának pontos megértése és definiálása. • A függő és független változók, az értelmezési tartomány és az értékkészlet azonosítása és meghatározása adott függvények esetén. • A függvények megadási módjainak felismerése és értelmezése.
Concetti
• Függvény: Az y mennyiség (függő változó) az X mennyiség (független változó) függvénye, ha X bármely szóbajövő értékéhez y-nak egy vagy több meghatározott értéke tartozik. Jelen kurzuson egyváltozós, valós függvényekkel foglalkozunk.
Strumenti necessari
• Projektor és vetítővászon / interaktív tábla • Fehér tábla és markerek • Tanári laptop prezentációhoz • Kinyomtatott feladatlapok és elméleti összefoglalók • Számológép (egyes feladatokhoz, ha a számolási rész nem a fő cél)
Materiali forniti prima della lezione o per il progetto

• Bárczy Barnabás: Differenciálszámítás című könyvének kivonatai (különösen az I. fejezet: "Függvénytani alapfogalmak").

• A kulcsfogalmak és tulajdonságok rövid összefoglalása.

• Feladatlap a forrásokban szereplő példákból és hasonló típusú feladatokból

Introduzione e preparazione della lezione / del progetto

1. **Köszöntés, ráhangolás (2 perc):**

◦ Rövid köszöntés, a mai óra témájának felvezetése.

2. **Motiváció és a téma fontossága (5 perc):**

◦ Miért fontosak a függvények a matematikában, fizikában, mérnöki tudományokban? (Pl. mozgások, gazdasági folyamatok leírása).

◦ Hangsúlyozzuk, hogy a differenciálszámítás alapja a függvények ismerete.

◦ Utalás a középiskolai előismeretekre mint alapra, amire építünk.

3. **Óra céljainak áttekintése (3 perc):**

◦ Vázlatosan bemutatjuk a mai óra menetét, a főbb témaköröket (definíció, tulajdonságok, típusok).

Piano di attuazione della lezione / del progetto

Megvalósítás részletes tervezése (70 perc):

I. Függvény definíciója és alapfogalmak (15 perc)

• **1. A függvény fogalma (5 perc):**

◦ **Függvény definíciója:** *y* mint *X* függvénye, függő és független változó.

◦ **Értelmezési tartomány és értékkészlet definíciója:** Értékek összessége.

◦ *Példa:* $y=x^2$ egyszerű példán szemléltetjük a változókat, Ét. és Ék.

• **2. A függvény megadási módjai (5 perc):**

◦ Értéktáblázat, grafikon, formula, utasítás (pl. *P(x)* prímszámok száma).

◦ Kiemeljük a formulával megadott függvények fontosságát.

• **3. Formulával adott függvények alakjai (5 perc):**

◦ **Explicit:** $y=f(x)$ (pl. $y=x^2+1$).

◦ **Implicit:** $F(x,y)=0$ (pl. $x^2+y^2=r^2$ kör).

◦ **Paraméteres:** $x=x(t)$, $y=y(t)$ (pl. mozgás leírása).

◦ *Aktivitás (gyors ellenőrzés):* Mutatunk néhány függvényt, kérdezzük, milyen alakúak, és mi az értelmezési tartományuk néhány egyszerű esetben (pl. $y=\sqrt{x}$, $y=1/x$).

II. Függvények speciális tulajdonságai (25 perc)

• 1. Páros és páratlan függvények (5 perc):

◦ Definíciók és geometriai jelentés (szimmetria).

◦ *Példák:* $y=x^2$, $y=\cos x$ (páros); $y=x^3$, $y=\sin x$ (páratlan).

• 2. Periodikus függvények (5 perc):

◦ Definíció ($f(x)=f(x+ka)$) és a periódus fogalma.

◦ *Példák:* Szögfüggvények ($y=\sin x$, $y=\operatorname{tg} x$).

• 3. Korlátos függvények (5 perc):

◦ Alulról, felülről és korlátos függvények definíciói.

◦ *Példák:* $y=x^2$ (alulról), $y=-x^2$ (felülről), $y=\sin x$ (korlátos).

• 4. Monoton függvények (10 perc):

◦ Monoton növekedő, szigorúan monoton növekedő, monoton csökkenő, szigorúan monoton csökkenő definíciói.

◦ *Példák:* $y=x^3$ (szigorúan monoton növekedő), $y=-x^3$ (szigorúan monoton csökkenő).

◦ *Aktivitás (csoportmunka):* Adott grafikonokhoz vagy függvényformulákhoz (pl. $y=x^2$, $y=|x|$, $y=\operatorname{tg} x$) állapítsák meg a tulajdonságokat (páros/páratlan, monotonitás intervallumai, korlátosság).

III. Inverz és összetett függvények (20 perc)

• 1. Inverz függvénykapcsolat és inverz függvény (10 perc):

◦ Definíció: $x=f^{-1}(y)$.

◦ Értelmezési tartomány és értékkészlet felcserélődése.

◦ Változók felcserélése ($y=f^{-1}(x)$) és geometriai jelentés (szimmetria az $y=x$ egyenesre).

◦ *Példa:* $y=x^2$ -> $x=\pm\sqrt{y}$ (inverz kapcsolat) -> $y=\pm\sqrt{x}$ (inverz függvény).

◦ *Aktivitás:* Adott $y=5\sqrt{x}$ függvényhez írják fel az inverz függvényt.

• 2. Összetett függvények (10 perc):

◦ Definíció: A független változó egy másik függvény függvényértéke ($y=f(u(x))$).

◦ Függvények rétegekre bontása (belső és külső függvények).

◦ *Példák:* $y=\sin(x^2)$, $y=\sin^3(3x)$.

◦ *Aktivitás:* Adott összetett függvényeknél (pl. $y=\lg\sqrt{((2x+1)/\sin x)}$) bontsák fel a belső és külső függvényekre.

IV. Elemi függvénytípusok (10 perc)

• 1. Osztályozás (3 perc):

◦ Algebrai (racionális egész, racionális tört, algebrai irracionális) és transzcendens függvények.

• 2. Áttekintés példákkal (7 perc):

◦ Racionális egész (polinomok: lineáris, másodfokú).

◦ Racionális törtfüggvények (pl. $y=a/x$).

◦ Algebrai irracionális függvények (gyökös kifejezések).

◦ Exponenciális és logaritmusfüggvények.

◦ Trigonometrikus és inverz trigonometrikus függvények.

◦ Hiperbolikus és areafüggvények.

◦ *Aktivitás:* Mutatunk néhány formulát, és kérjük a hallgatókat, hogy sorolják be őket a megfelelő kategóriákba.

Applicazioni utilizzate
ChatGPT
Google NotebookLM
Piano di valutazione

• **Formális értékelés az óra alatt:** Aktív részvétel, kérdésekre adott válaszok, csoportmunka ellenőrzése.

• **Rövid egyéni feladat:** Az óra végén egy-két gyors kérdés az alapvető fogalmakra vagy egy egyszerű értelmezési tartomány meghatározására.

• **Házi feladat (nem számszerűsített):**

◦ Önálló feladatmegoldás: Bárczy Barnabás könyvéből (I. fejezet) javasolt feladatok az értelmezési tartomány, értékkészlet, inverz függvények és függvénytulajdonságok témakörében (pl.).

◦ Eredmények összevetése a könyvben található megoldásokkal

Personalizzazione

• **Szemléltetés:** Mindig használjunk vizuális segédleteket (grafikonokat, ábrákat) a fogalmak magyarázatához, hogy segítsük a különböző tanulási stílusú hallgatókat.

• **Példák differenciálása:** Kezdetben egyszerű, egyértelmű példákat mutassunk be, majd fokozatosan térjünk át a komplexebb, több szempontot is igénylő feladatokra (pl. összetett függvények értelmezési tartományai).

• **Ismétlés:** Készüljünk fel arra, hogy a középiskolai anyagot esetleg részletesebben át kell ismételni, mivel a hallgatók előzetes tudása eltérő lehet.

• **Kérdések ösztönzése:** Támogassuk a kérdések feltevését, bátorítsuk a hallgatókat a bizonytalanságok tisztázására.

• **Peer learning:** Ösztönözzük a csoportmunkát, ahol a hallgatók segíthetik egymást a feladatmegoldásban és a fogalmak megértésében.

Compiti a casa, attività di progetto

• **Értelmezési tartomány és értékkészlet meghatározása:**

◦ $y = 6x^2-3x+2$

◦ $y = lg(3+2x)$

◦ $y = sinx$

◦ $y = lg(sinx)$

- $y = Arcsin(2-x)$
- $y = \sqrt{(x-6)(x+5)}$

• **Inverz függvény meghatározása:**

- $y = 5\sqrt{x}$
- $y = x/(x-5)$
- $y = shx$

• **Összetett függvény helyettesítési értékének kiszámítása:**

- $y = sin^3(3x)$, határozzuk meg az $x_0 = \pi/6$-hoz tartozó függvényértéket.

• **Függvénytulajdonságok azonosítása (grafikon vagy formula alapján):**

- Adott függvények (pl. $y=x^2$, $y=x^3$, $y=sinx$, $y=|x|$) esetén állapítsák meg, hogy páros, páratlan, periodikus, korlátos-e, valamint a monotonitási intervallumokat.

• **Függvénytípusok osztályozása:**

- Adott függvényformulák (pl. $y=3x^4-2x+1$, $y=(x^2+1)/(x-3)$, $y=e^x$, $y=arcsinx$) esetén sorolják be azokat a megfelelő elemi függvénytípusokba.

Materie generali
matematika