

Függvények. A középiskolás anyag összefoglalása

Barczi

Péter

Barczi Péter küldte be 2025. 09. 08., h – 20:51 időpontban

Terv típusa

Óraterv

Bővebb szakterület

Gazdálkodás és menedzsment

Témakör, tanulási terület

függvényekkel kapcsolatos alapfogalmak

Évfolyam

14. évfolyam

Tanulási, fejlesztési célok

A függvény fogalmának pontos megértése és definiálása. • A függő és független változók, az értelmezési tartomány és az értékkészlet azonosítása és meghatározása adott függvények esetén. • A függvények megadási módjainak felismerése és értelmezése.

Fogalmak

• Függvény: Az y mennyiség (függő változó) az X mennyiség (független változó) függvénye, ha X bármely szóbajövő értékéhez y -nak egy vagy több meghatározott értéke tartozik. Jelen kurzuson egyváltozós, valós függvényekkel foglalkozunk.

Szükséges eszközök

• Projektor és vetítővászon / interaktív tábla • Fehér tábla és markerek • Tanári laptop prezentációhoz • Kinyomtatott feladatlapok és elméleti összefoglalók • Számológép (egyes feladatokhoz, ha a számolási rész nem a fő cél)

Előre kiadott anyagok

• Bárczy Barnabás: Differenciálszámítás című könyvének kivonatai (különösen az I. fejezet: "Függvénytani alapfogalmak").

• A kulcsfogalmak és tulajdonságok rövid összefoglalása.

• Feladatlap a forrásokban szereplő példákból és hasonló típusú feladatokból

Bevezető rész, előkészítés

1. Köszöntés, ráhangolás (2 perc):

- Rövid köszöntés, a mai óra témájának felvezetése.

2. Motiváció és a téma fontossága (5 perc):

- Miért fontosak a függvények a matematikában, fizikában, mérnöki tudományokban? (Pl. mozgások, gazdasági folyamatok leírása).
- Hangsúlyozzuk, hogy a differenciálszámítás alapja a függvények ismerete.
- Utalás a középiskolai előismeretekre mint alapra, amire építünk.

3. Óra céljainak áttekintése (3 perc):

- Vázlatosan bemutatjuk a mai óra menetét, a főbb témaköröket (definíció, tulajdonságok, típusok).

Megvalósítás részletes tervezése

Megvalósítás részletes tervezése (70 perc):

I. Függvény definíciója és alapfogalmak (15 perc)

• 1. A függvény fogalma (5 perc):

- **Függvény definíciója:** y mint X függvénye, függő és független változó.
- **Értelmezési tartomány és értékkészlet definíciója:** Értékek összessége.
- *Példa:* $y=x^2$ egyszerű példán szemléltetjük a változókat, Ét. és Ék.

• 2. A függvény megadási módjai (5 perc):

- Értéktáblázat, grafikon, formula, utasítás (pl. $P(x)$ prímszámok száma).
- Kiemeljük a formulával megadott függvények fontosságát.

• 3. Formulával adott függvények alakjai (5 perc):

- **Explicit:** $y=f(x)$ (pl. $y=x^2+1$).
- **Implicit:** $F(x,y)=0$ (pl. $x^2+y^2=r^2$ kör).

- **Paraméteres:** $x=x(t)$, $y=y(t)$ (pl. mozgás leírása).

◦ *Aktivitás (gyors ellenőrzés):* Mutatunk néhány függvényt, kérdezzük, milyen alakúak, és mi az értelmezési tartományuk néhány egyszerű esetben (pl. $y=\sqrt{x}$, $y=1/x$).

II. Függvények speciális tulajdonságai (25 perc)

• 1. Páros és páratlan függvények (5 perc):

- Definíciók és geometriai jelentés (szimmetria).
- *Példák:* $y=x^2$, $y=\cos x$ (páros); $y=x^3$, $y=\sin x$ (páratlan).

• 2. Periodikus függvények (5 perc):

- Definíció ($f(x)=f(x+ka)$) és a periódus fogalma.
- *Példák:* Szögfüggvények ($y=\sin x$, $y=\tan x$).

• 3. Korlátos függvények (5 perc):

- Alulról, felülről és korlátos függvények definíciói.
- *Példák:* $y=x^2$ (alulról), $y=-x^2$ (felülről), $y=\sin x$ (korlátos).

• 4. Monoton függvények (10 perc):

◦ Monoton növekedő, szigorúan monoton növekedő, monoton csökkenő, szigorúan monoton csökkenő definíciói.

◦ *Példák:* $y=x^3$ (szigorúan monoton növekedő), $y=-x^3$ (szigorúan monoton csökkenő).

◦ *Aktivitás (csoportmunka):* Adott grafikonokhoz vagy függvényformulákhoz (pl. $y=x^2$, $y=|x|$, $y=\tan x$) állapítsák meg a tulajdonságokat (páros/páratlan, monotonitás intervallumai, korlátosság).

III. Inverz és összetett függvények (20 perc)

• 1. Inverz függvénykapcsolat és inverz függvény (10 perc):

- Definíció: $x=f^{-1}(y)$.
- Értelmezési tartomány és értékkészlet felcserélődése.

- Változók felcserélése ($y=f^{-1}(x)$) és geometriai jelentés (szimmetria az $y=x$ egyenesre).

- *Példa:* $y=x^2 \rightarrow x=\pm\sqrt{y}$ (inverz kapcsolat) $\rightarrow y=\pm\sqrt{x}$ (inverz függvény).

- *Aktivitás:* Adott $y=5\sqrt{x}$ függvényhez írják fel az inverz függvényt.

- **2. Összetett függvények (10 perc):**

- Definíció: A független változó egy másik függvény függvényértéke ($y=f(u(x))$).

- Függvények rétegekre bontása (belső és külső függvények).

- *Példák:* $y=\sin(x^2)$, $y=\sin^3(3x)$.

- *Aktivitás:* Adott összetett függvényeknél (pl. $y=\lg\sqrt{(2x+1)/\sin x}$) bontsák fel a belső és külső függvényekre.

IV. Elemi függvénytípusok (10 perc)

- **1. Osztályozás (3 perc):**

- Algebrai (racionális egész, racionális tört, algebrai irracionális) és transzcendens függvények.

- **2. Áttekintés példákkal (7 perc):**

- Racionális egész (polinomok: lineáris, másodfokú).

- Racionális törtfüggvények (pl. $y=a/x$).

- Algebrai irracionális függvények (gyökös kifejezések).

- Exponenciális és logaritmusfüggvények.

- Trigonometrikus és inverz trigonometrikus függvények.

- Hiperbolikus és areafüggvények.

- *Aktivitás:* Mutatunk néhány formulát, és kérjük a hallgatókat, hogy sorolják be őket a megfelelő kategóriákba.

Tananyagkészítéshez és az órai munkához használt alkalmazás

ChatGPT

Google NotebookLM

Értékelési terv

- **Formális értékelés az óra alatt:** Aktív részvétel, kérdésekre adott válaszok, csoportmunka ellenőrzése.
- **Rövid egyéni feladat:** Az óra végén egy-két gyors kérdés az alapvető fogalmakra vagy egy egyszerű értelmezési tartomány meghatározására.
- **Házi feladat (nem számszerűsített):**
 - Önálló feladatmegoldás: Bárczy Barnabás könyvéből (I. fejezet) javasolt feladatok az értelmezési tartomány, értékészlet, inverz függvények és függvénytulajdonságok témakörében (pl.).
 - Eredmények összevetése a könyvben található megoldásokkal

Differenciálás

- **Szemléltetés:** Mindig használjunk vizuális segédleteket (grafikonokat, ábrákat) a fogalmak magyarázatához, hogy segítsük a különböző tanulási stílusú hallgatókat.
- **Példák differenciálása:** Kezdetben egyszerű, egyértelmű példákat mutassunk be, majd fokozatosan térjünk át a komplexebb, több szempontot is igénylő feladatokra (pl. összetett függvények értelmezési tartományai).
- **Ismétlés:** Készüljünk fel arra, hogy a középiskolai anyagot esetleg részletesebben át kell ismételni, mivel a hallgatók előzetes tudása eltérő lehet.
- **Kérdések ösztönzése:** Támogassuk a kérdések feltevését, bátorítsuk a hallgatókat a bizonytalanságok tisztázására.
- **Peer learning:** Ösztönözzük a csoportmunkát, ahol a hallgatók segíthetik egymást a feladatmegoldásban és a fogalmak megértésében.

Feladatok

- **Értelmezési tartomány és értékészlet meghatározása:**
 - $y = 6x^2 - 3x + 2$
 - $y = \lg(3 + 2x)$
 - $y = \sin x$
 - $y = \lg(\sin x)$

- $y = \text{Arcsin}(2-x)$

- $y = \sqrt{(x-6)(x+5)}$

- **Inverz függvény meghatározása:**

- $y = 5\sqrt{x}$

- $y = x/(x-5)$

- $y = \sinh x$

- **Összetett függvény helyettesítési értékének kiszámítása:**

- $y = \sin^3(3x)$, határozzuk meg az $x_0 = \pi/6$ -hoz tartozó függvényértéket.

- **Függvénytulajdonságok azonosítása (grafikon vagy formula alapján):**

- Adott függvények (pl. $y=x^2$, $y=x^3$, $y=\sin x$, $y=|x|$) esetén állapítsák meg, hogy páros, páratlan, periodikus, korlátos-e, valamint a monotonitási intervallumokat.

- **Függvénytípusok osztályozása:**

- Adott függvényformulák (pl. $y=3x^4-2x+1$, $y=(x^2+1)/(x-3)$, $y=e^x$, $y=\arcsin x$) esetén sorolják be azokat a megfelelő elemi függvénytípusokba.

Közismereti tantárgy(ak)

matematika