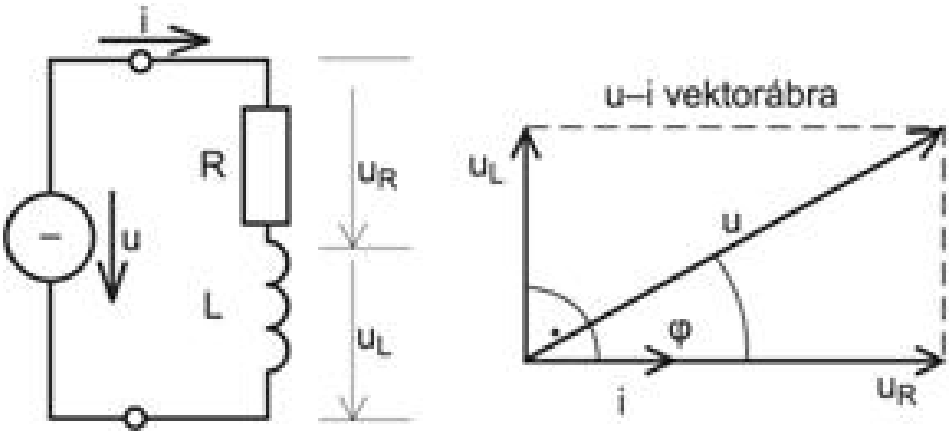
A soros R-L kapcsolás működése

Urbán
László
Submitted by Urbán László on 2025. 03. 30., v – 20:45
Type of lesson / project plan
Lesson plan
Sector
Pedagógia, oktatás
Topic, learning area
Műszaki tudományok, Elelektrotechnika, Fizika
Vocational subject(s)
Elektrotechnika
Grade
11. évfolyam
12. évfolyam
Learning and development goals
A diákok képesek legyenek megérteni az idegen kifejezéseket és ezek viszonyait.
Concepts
impedancia, reaktancia, fázisszög, határfrekvencia
Required tools
PC, Chat GPT, Copilot, Google kereső általi találatok összehasonlítása egymással
Materials released before class or for a project

A soros kapcsolás miatt (96. ábra) az elemeken azonos áram folyik. A vektor diagramot ennek a közös mennyiségnek a felrajzolásával kezdjük, és a fellépő feszültségeket ehhez viszonyítjuk. R-en a feszültség fázisban van az áramerősséggel, ezért uR vektora i irányába mutat.

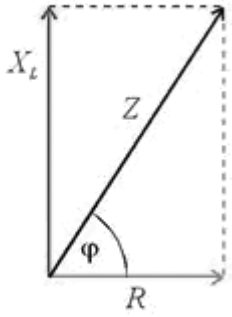


96. ábra

Az induktivitáson az áram 90°-ot késik, vagyis uL vektora i-hez és uR-hez is képest ennyivel előbbre tart. A két feszültség és eredője (a generátori feszültség) derékszögű háromszöget határoz meg, melyre alkalmazható a Pitagorasz tétel:

$$u^2 = u_R^2 + u_L^2$$

Impedancia vektorábra (97. ábra): $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$



97. ábra
Impedancia vektorábra

Vegyük észre, hogy nemcsak a feszültség és az áramerősség között, hanem R és Z között is ugyanaz a φ fáziseltérés van. A szöget ezért mindkét ábra segítségével többféle módon is kifejezhetjük.

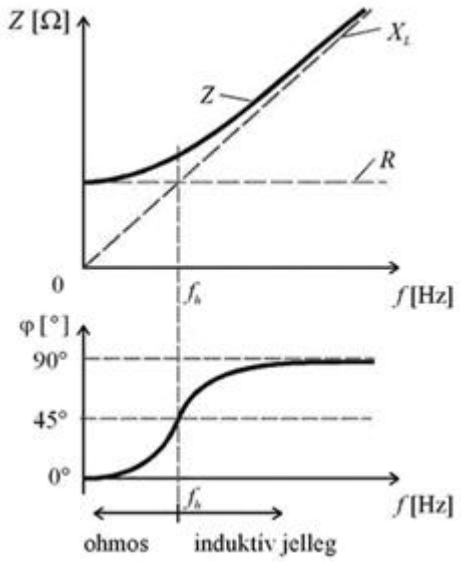
A 96. ábra jobb oldali része alapján:

$$tg\varphi = \frac{u_L}{u_R}, \quad \sin\varphi = \frac{u_L}{u} \text{ és } \quad \cos\varphi = \frac{u_R}{u}.$$

A 97. kép alapján:

$$tg\varphi = \frac{X_L}{R}, \quad \sin\varphi = \frac{X_L}{Z} \quad \text{és} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z}.$$

Az XL reaktancia függ a frekvenciától, ezért az L-en fellépő feszültség, ennek következtében az impedancia és a fázisszög is függ a frekvenciától (98. kép)
Egy ohmos ellenállásból és reaktanciából álló áramkörnél mindig található olyan frekvencia, amelynél a reaktancia megegyezik az ohmos ellenállással, vagyis R = X lesz. Az ehhez tartozó frekvenciát határfrekvenciának nevezzük, és fh-val jelöljük.



98. ábra

Most R = XL, vagyis $R = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$, amelyből $\boxed{f_h = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}}$.

A határfrekvencián olyan impedancia háromszög keletkezik, amelynél a befogók egyenlő hosszúságúak, ezért φ = 45°. Felhasználva, hogy R = XL:

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2} \cdot R^2$, amelyből $\boxed{Z = \sqrt{2} \cdot R}$.

A 96. ábrán, és a 97. ábrán hasonló háromszögek vannak, ezért a megfelelő oldalak aránya megegyezik.

$$\frac{U_L}{u}=\frac{X_L}{Z}\rightarrow\frac{U_L}{u}=\frac{X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}\rightarrow U_L=U\cdot\frac{X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

$$\frac{U_R}{u}=\frac{R}{Z}\rightarrow\frac{U_R}{u}=\frac{R}{\sqrt{R^2+X_L^2}}\rightarrow U_R=U\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

Így az egyenáramnál tanult feszültségosztáshoz hasonló összefüggésekhez jutottunk.

Introductory part and preparation of the lesson / project plan

A kitűzött órát megelőző pénteken a teljes hétvégére kiadtam a diákoknak a témakört, ami a soros R-L áramkör lett ezúttal. A diákoknak elmagyaráztam, hol milyen módon tudnak információt találni a témakörben. A kísérletben 12 fő vett részt, 4db 3 fős csoportokban. Minden csoport más forrást célzott meg, végül a tanórákon összehasonlíthatták a kutatásuk eredményeit.

Implementation plan for the lesson / project

A Chat GPT egyik megoldása a feladatra vonatkozóan.

Az R-L áramkör egy egyszerű elektromos áramkör, amely egy ellenállásból (R) és egy induktivitásból (L) áll. Az alábbiakban ismertetem a működését:

1. **Alapvető elemek**:
    - **Ellenállás (R)**: Az ellenállás korlátozza az áram áramlását az áramkörön belül.
    - **Induktivitás (L)**: Az induktivitás a mágneses mező létrehozásáért felelős, amikor áram folyik rajta. Az induktív reaktancia megakadályozza az áram hirtelen változását.
2. **Működés**:
    - Amikor a feszültség forrást (például akkumulátort) csatlakoztatunk az R-L áramkörhöz, az áram kezdetben alacsony, mivel az induktivitás ellenáll az áram hirtelen növekedésének.
    - Ahogy az idő múlik, az áram fokozatosan növekszik, és a mágneses mező az induktivitás körül kialakul.
    - Az áram növekedését az induktivitás „késlelteti”, így a feszültség a két elem között időben kezelendő.
3. **Időállandó**:
    - Az R-L áramkör időállandója (τ) meghatározza, mennyi idő szükséges a rendszernek ahhoz, hogy a maximális áram felét (vagy körülbelül 63%) elérje. Ez az érték a következő képlettel számítható: [τ = \frac{L}{R}]

    - A hosszabb időállandó lassabb válaszidőt jelez, míg a rövidebb időállandó gyorsabb áramváltozást jelent.
4. **Feszültségesés**:
    - Az R-L áramkörben a feszültségesés az ellenálláson és az induktivitáson is megjelenik. A Kirchhoff-féle feszültség törvény szerint a két elem feszültsége összeadódik.

Ez a működési elv alapjaiban határozza meg az R-L áramkör viselkedését. Ha részletesebben szeretnél foglalkozni egy adott kérdéssel, például a dinamikai jellemzőkkel vagy gyakorlati alkalmazásokkal, kérlek jelezd!

kérlek írd le az R-L áramkör dinamikai jellemzőit és a vektorokat

L

Az R-L áramkör dinamikai jellemzői a rendszer válaszát jellemzik az idő függvényében, különösen az áram és feszültség viselkedését a kapcsolás pillanatától kezdve. Az alapvető dinamikai jellemzők a következők:

Dinamikai Jellemzők:

1. **Időállandó (τ)**:
    - Az időállandó (τ) az R-L áramkör válaszidejének mérőszáma. Azt mutatja meg, mennyi idő szükséges ahhoz, hogy az áram 63% -át elérje a maximális értékének, és a következő összefüggés jellemzi: [$\tau = \frac{L}{R}$]
    - Minél nagyobb az L (induktivitás), vagy minél kisebb az R (ellenállás), annál hosszabb az időállandó.
2. **Áram és feszültség időbeli változása**:
    - Az áram (i(t)) időbeli változását a következő képlet írja le: [$i(t) = I_{max} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$]
    - Ahol ($I_{max} = \frac{V}{R}$), és V a feszültség forrás értéke.
    - A feszültség (v(t)) az induktivitáson a következőképpen alakul: [$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = V e^{-\frac{t}{\tau}}$]
3. **Átlagos és max. áram**:
    - A maximális áramot (I_{max}) a forrással meghatározott feszültség és az ellenállás segítségével számíthatjuk: [$I_{max} = \frac{V}{R}$]

Vektorok:

Az R-L áramkör feszültség- és áramvektora a komplex impedancia fogalmán keresztül is kezelhető. A komplex impedancia Z a következőképpen alakul:

- **Komplex impedancia (Z)**: [Z = R + jX_L] ahol (X_L = \omega L) (az induktív reaktancia), és (j) a képzeletbeli egység.
- Az áram (I) és a feszültség (V) vektorai a következők: [V = I \cdot Z]
- Az áram vektorai a fázisok szögével jellemezhetők, amely megmutatja, hogy az áram és a feszültség között fáziseltolódás van, amely az impedancia képzetes részének arányából adódik.

A fáziseltolódás (φ) a feszültség és áram között a következőképpen számítható: [\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)]

Elemzés:

Az R-L áramkör dinamikai viselkedés értelmezésekor fontos figyelembe venni a feszültséget és az áramot, annak időbeli változásait és a fáziseltolódást, mivel ezek hatással vannak az áramkör teljesítményére és reakciójára a különböző jelekre.

A Copilot egyik lehetséges megoldása a feladatra vonatkozóan.

Óraterv: R-L Áramkörök Működése

Téma: R-L áramkörök felépítése és működése

Célok:

- **Szakmai kompetenciák**:
  - Az R-L áramkörök alkotóelemeinek megértése (ellenállás és induktivitás).
  - Az áramkör működési elvének megismerése, beleértve az induktív reaktanciát.
  - Vektorábrák és fázordiagramok értelmezése a feszültség és áram viszonyában.
  - Matematikai modell alkalmazása (Ohm-törvény és Kirchhoff-törvények).
- **Puha kompetenciák**:
  - Logikus gondolkodás fejlesztése.

- Problémamegoldó készség, alkalmazás elméleti és gyakorlati feladatokban.
- Csapatmunka és hatékony kommunikációs készség.

Óra menete:

1. **Bevezetés (10 perc)**:
   - Rövid ismertető az R és L elemekről: ellenállás és induktivitás fogalma.
   - Az R-L áramkör alapvető szerepe az elektrotechnikában (pl. szűrők, időállandó mérés).
   - Motiváció: Hol találkozunk R-L áramkörökkel a mindennapi életben?
2. **Részletes magyarázat (25 perc)**:
   - **R-L soros áramkör működése**:
     - **Diagram bemutatása**: R-L áramkör vázlata.
     - **Feszültség és áram kapcsolata**: $$v(t) = v_R(t) + v_L(t)$$ $$v_R(t) = i(t) \cdot R$$ $$v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$
     - **Induktív reaktancia**: $$X_L = \omega L$$
     - Fázisviszonyok: az induktív elem késlelteti az áramot a feszültséghez képest.
   - **Fázordiagram és vektorábra**:
     - Fázisábrák részletes bemutatása: feszültség, áram és impedancia viszonyok.
     - Vektorok grafikus ábrázolása: példák konkrét értékekkel.
   - **Időállandó**:
     - Az R-L áramkör válaszideje: $$\tau = \frac{L}{R}$$.
   - **Példafeladat**:
     - Számítások: adott R és L értékekkel meghatározzuk az áramkör impedanciáját, fázisszöget és időállandót.
3. **Gyakorlati szakasz (15 perc)**:
   - Diákok kis csoportokban végeznek számításokat és elemzéseket.
   - A tanár támogatja a megoldások ellenőrzését és magyarázatát.
4. **Összegzés és teszt (10 perc)**:
   - Kulcsfogalmak áttekintése.
   - Teszt kiosztása és megoldása.

Used digital devices
ChatGPT
Copilot
Google Sites
Evaluation plan

A következő tesztet készítette nekem a Copilot. Amint lentebb látható, egyik-másik kérdéshez egynél több helyes válasz is lehetséges, ezzel is színesítve a feladatot és fejlesztve az analitikai, értelmezési képességeket.

Tesztkérdések:

1. Az R-L áramkörben mi határozza meg az induktív reaktanciát?
    - (A) Ellenállás
    - (B) Induktivitás
    - (C) Frekvencia
    - (D) Kapacitás
    - (E) Ω (ohm)
2. Mi történik az R-L áramkörben az időállandó értéke szerint?
    - (A) Az áram növekedési üteme csökken
    - (B) Az induktív feszültség maximális
    - (C) Az áram felveszi az állandósult értéket
    - (D) A fázisszög nulla
    - (E) Az áram szinuszos lesz
3. Melyik állítás igaz az R-L soros áramkör frekvenciafüggő tulajdonságaira?
    1. (A) Nagyobb frekvencián az áram csökken.
    2. (B) Az impedancia csökken a frekvencia növekedésével.
    3. (C) Az induktív reaktancia egyenesen arányos a frekvenciával.
    4. (D) Az áram és a feszültség azonos fázisban lesz.
    5. (E) Az ellenállás hatása frekvenciafüggetlen.
4. Mit jelent a fázisszög az R-L áramkörben?
    1. (A) A feszültség és áram közötti időeltérést.
    2. (B) Az impedancia reális és imaginárius része közötti viszonyt.
    3. (C) Az áram maximális értékét.
    4. (D) Az áram és feszültség közötti szöget.
    5. (E) Az induktivitás értékét frekvenciánként.
5. Mi határozza meg az R-L áramkörben az áram maximális értékét?
    1. (A) Az ellenállás (R) értéke.
    2. (B) Az induktivitás (L) értéke.
    3. (C) A feszültség frekvenciája.
    4. (D) Az összes impedancia.
    5. (E) Az időállandó ($$\tau = \frac{L}{R}$$).
6. Az R-L áramkör esetében miért csökken az áram hirtelen növekvő feszültségnél?
    1. (A) Az induktív elem ellenáll az áramváltozásnak.

2. (B) Az induktív reaktancia csökken.
3. (C) A fáziskülönbség megnő.
4. (D) Az időállandó miatt a változás lassú.
5. (E) Az ellenállás (R) korlátozza az áramot.

7. Melyik képlet írja le az R-L áramkör teljes impedanciáját?
    1. (A) $$Z = R + jX_L$$
    2. (B) $$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$
    3. (C) $$Z = R - X_L$$
    4. (D) $$Z = jX_L$$
    5. (E) $$Z = R^2 + X_L^2$$
8. Mi történik az R-L áramkörben egyenáram esetén?
    1. (A) Az induktív reaktancia zéró.
    2. (B) Az impedancia egyenlő az R-vel.
    3. (C) Az induktív elem teljesen leállítja az áramot.
    4. (D) Az időállandó végtelen.
    5. (E) A fázisszög 90°.
9. Mi az R-L áramkör fáziskülönbségének képlete?
    1. (A) $$\phi = \arctan(\frac{X_L}{R})$$
    2. (B) $$\phi = \arctan(\frac{R}{X_L})$$
    3. (C) $$\phi = \sin^{-1}(\frac{R}{X_L})$$
    4. (D) $$\phi = \cos^{-1}(\frac{X_L}{R})$$
    5. (E) $$\phi = \frac{\pi}{2}$$
10. Hogyan változik az R-L áramkör árama időben?
    1. (A) Exponenciálisan csökken.
    2. (B) Szinuszos lesz váltakozó feszültség esetén.
    3. (C) Állandó lesz egyenáram esetén.
    4. (D) Logaritmikusan növekszik.
    5. (E) Az idővel arányosan csökken.

11. **Megoldókulcs:**

12. 1: B, C 2: A, C 3: A, C, E 4: A, D 5: A, D 6: A, D 7: B 8: A, B 9: A 10: B, C

4 diák a tanóra végén bevallotta, hogy nem gondolta volna, hogy egynél több megoldás is lehetséges az egyes kérdések esetén. A csoportok változó eredménnyel, de megoldották a tesztet.

A feladat (elméleti háttere) feldolgozása a kezdetben egyéni feladatként indult, később a tanulóknak kapcsolatba kellett lépniük egymással (online), egyeztetve a megoldásokon finomítva kellett szürni az információt. Kihangsúlyoztam a változatos források keresését, Használva a Chat GPT-t, Copilotot és a Google

keresőt vegyesen, aktív módon. A feladat végeztével minden csoporttagnak be kellett mutatnia a keresésének eredményét a másik 3 főnek. Ebből a lényeget leszűrve, kellett a 4 főnek egyetlen munkaanyagot készítenie, végül a tesztet mindenkinek egyénileg megoldania. A diákok elmondása szerint a kutatási feladat így nem okozott nekik nagy kihívást és a jövőben is szívesen fogják venni a hasonló módozatokat.

Differentiation

Minden csoportban volt egy gyengébb képességű diák, pontosan azért, hogy a másik fel tudja húzni, motiválni tudja a kicsit elesettebb diákot.

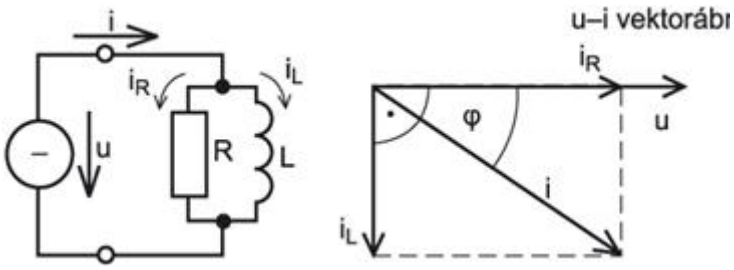
Homework, project task

A diákoknak keresniük kellett a soros R-L kapcsolásokra valóságos gyakorlati felhaszálási területeket. Illetve a párhuzamos R-L kapcsolás elméleti hátterét kellett kikutatniuk a fentebb említett módon.

http://mti.kvk.uni-obuda.hu/adat/tananyag/passziv/Passziv13Szurok2014.pdf A későbbiekben bonyolultabb áramkörökhöz hasznos link lehet, gondoltam.

A következő hét feladat a párhuzamos R-L kapcsolás lesz. Ezen bevezető alapján lehet elindulni a munkavégzésben.

A párhuzamos kapcsolás esetén a feszültség a közös mennyiség a két áramköri elemen, tehát ennek a felrajzolásával kezdjük a vektorábrát.
Párhuzamos kapcsolás esetén a feszültség a közös. Hatására az ellenálláson vele fázisban lévő iR, az induktivitáson hozzá képest 90°-kal késő iL alakul ki (99. ábra).

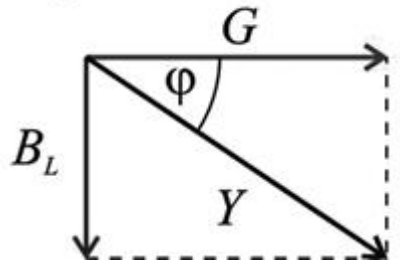


99. ábra

Az eredő áramerősség a feszültséghez képest φ szöggel késik.
Párhuzamos kapcsolásoknál az impedancia vektorábra helyett célszerű mindig, annak reciprokát, az admittancia vektorábrát felrajzolni (100. ábra).

$$Y^2 = G^2 + B_L^2$$

$B_L = \frac{1}{x_L}$ $Y = \frac{1}{Z}$ $G = \frac{1}{R}$



100. ábra

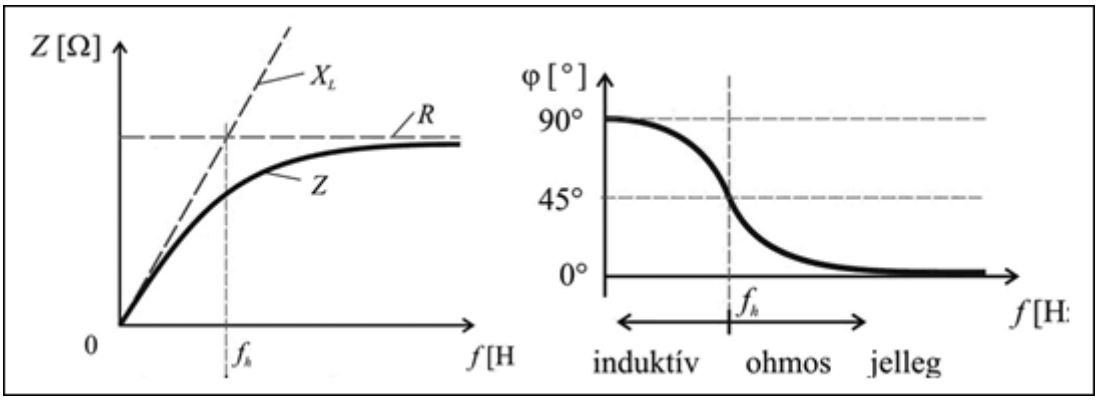
Ha matematikailag átrendezzük ezt az összefüggést, és kifejezzük az impedanciát: $$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Ezt pedig felírhatjuk a már tanult replusz művelet segítségével is: $$Z = \sqrt{R^2 \times X_L^2}$$

Az eredő fázisszögét most is a hasonló háromszögek miatt többféleképpen kifejezhetjük, leginkább a következőt szoktuk használni: $$tg\varphi = \frac{R}{X_L}$$

A párhuzamos kapcsolás impedanciája és fázisszöge is frekvenciafüggő (101. ábra). Azon a frekvencián, ahol az R = XL feltétel teljesül, most is határfrekvencia keletkezik. Az $R = 2\pi * f * L$ összefüggésből párhuzamos kapcsolásnál is $$f_h = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$ érték adódik. Ezen a frekvencián az eredő impedancia azonban R-nél $\sqrt{2}$-ször kisebb.

$$Z = \frac{R}{\sqrt{2}}$$



101. ábra

A soros kapcsoláshoz hasonlóan itt is a hasonló háromszögek alapján:

$$I_L = I \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \qquad I_R = I \cdot \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \qquad I^2 = I_L^2 + I_R^2$$