

Gráfok - összefoglaló óra 11. osztályosoknak

Teveliné

Matejdesz Anikó

Submitted by Teveliné Matejdesz Anikó on 2026. 06. 21., v – 09:26

Type of lesson / project plan

Lesson plan

Sector

Természettudományok, matematika és statisztika

Topic, learning area

Gráfok

Grade

9. évfolyam

10. évfolyam

11. évfolyam

Learning and development goals

A cél a gráfok alapfogalmainak ismerete, problémák modellezése és egyszerű gráfelméleti összefüggések alkalmazása.

Required tools

okostelefon, laptop, kivetítő

Materials released before class or for a project

nincs

Introductory part and preparation of the lesson / project plan

Ráhangelődés (7 perc)

Videómegtekintés

Zanza videó:

[Gráfok – Hogyan haladjunk át Königsberg hídjain?](#)

A videóból figyeljék meg:

- Mi a gráf?
- Mit jelentenek a csúcsok és élek?
- Mi volt a königsbergi hidak problémája?

- Mit nevezünk fokszámnak?

Gyors Kahoot / Mentimeter kérdések

1. A gráf csúcsokból és _____ áll.
2. Mi a foksám?
3. Lehet-e több él ugyanazon két csúcs között?

Implementation plan for the lesson / project

2. Alapfogalmak ismétlése (8 perc)

Páros feladat

A tanár kivetít egy gráfot.

Kérdések:

1. Hány csúcsa van?
2. Hány éle van?
3. Melyik csúcs fokszáma 4?
4. Van-e hurokél?
5. Egyszerű gráf-e?
6. Összefüggő-e?

Fogalomkártyák

Minden pár kap egy fogalmat:

- csúcs
- él
- foksám
- hurokél
- párhuzamos él
- egyszerű gráf
- teljes gráf
- összefüggő gráf

30 másodpercben ismertetik.

3. Csoportverseny: Gráfdetektívek (10 perc)

Feladat 1

Rajzolj olyan gráfot,

- amelynek 5 csúcsa van,
- 6 éle van,
- összefüggő,
- nem teljes.

Feladat 2

Rajzolj olyan gráfot,

- amely nem egyszerű,
- de összefüggő.

Feladat 3

Rajzolj teljes gráfot 4 csúccsal.

Kérdés:

Hány éle van?

Megoldás:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 6 \cdot 3 = 6$$

A leggyorsabb helyes megoldás pontot kap.

4. Fokszámok és a kézfogás-tétel (6 perc)

A videóban is szereplő tétel:

A fokszámok összege az élek számának kétszerese.

Zanza-alapú feladat

Öt ember a következő ismerősszámokat mondja:

2, 3, 3, 1, 2

Kérdés:

Lehetséges ilyen Facebook-ismeretségi hálózat?

Megoldás:

$$2+3+3+1+2=11 \quad 2+3+3+1+2=11 \quad 2+3+3+1+2=11$$

Páratlan.

A fokszámok összege mindig páros.

Nem lehetséges.

Villámkérdés

Igaz vagy hamis?

- Egy gráfban lehet 3 páratlan fokszámú csúcs.
- Egy gráfban lehet 4 páratlan fokszámú csúcs.

Megoldás:

☐ Nem

☐ Igen

5. Euler-vonal kihívás (10 perc)

Csoportmunka

Rajzolják le a következő gráfot:

```
A-----B
| \   / |
|  \ /  |
|   X   |
|  / \  |
| /   \ |
|/     \|
D-----C
```

Kérdések:

1. Határozzátok meg a fokszámokat!

2. Van-e Euler-vonal?
3. Van-e Euler-kör?

Megbeszélés

A tanulók felismerik:

- minden csúcs fokszáma páros
- ezért van Euler-kör

Kapcsolódás a Königsbergi problémához:

A hidak grájában négy páratlan foksámú csúcs van, ezért nem létezik olyan séta, amely minden hidat pontosan egyszer érint és visszatér a kiindulóponttra.

Used digital devices

Canva

ChatGPT

Kahoot

Evaluation plan

6. Óra végi kilépőkártya (4 perc)

Minden tanuló egy cetlin válaszol:

1. Mi a foksám?
2. Mit jelent az összefüggő gráf?
3. Mikor van Euler-kör?
4. Mi volt ma a legérdekesebb feladat?

Differentiation

Differenciálás

Gyorsabban haladóknak

Az asztalitenisz-bajnokság feladata:

Hat játékos közül mindenki mindenkivel egyszer játszik.

Kérdés:

Hány mérkőzés lesz összesen?

Felzárkóztatás

Színes fonallal vagy mágneses táblán csúcsok és élek kirakása.

Homework, project task

HF: tanulni a fogalmakat, átnézni a feladatokat

General subject(s)

matematika