

Várható érték

Burus

László

Submitted by Burus László on 2026. 04. 24., p – 12:44

Type of lesson / project plan

Lesson plan

Sector

Természettudományok, matematika és statisztika

Topic, learning area

valószínűségszámítás, a várható érték

Grade

11. évfolyam

Learning and development goals

A várható érték fogalmának ismerete, kiszámolása, jelentése, kapcsolata a statisztikai súlyozott átlaggal.

Concepts

valószínűség, relatív gyakoriság, várható érték,

Required tools

számológép, okostelefon, számítógép

Materials released before class or for a project

A korábbi órákról ismert a kockadobás, és az érmedobás eseteinek ismerete, és a valószínűség kiszámítása, valamint a gyakorisági táblázat és az oszlopdiagram.

Introductory part and preparation of the lesson / project plan

- **Bevezetés és Motiváció (0-7. perc)**
- **Problémafelvetés:** Három kockával dobunk, a dobások összege számít. Mekkora lehet az összeg, és mekkora a valószínűség?
- **Kísérlet és elmélet:** Mutassuk be, hogy míg egy konkrét kísérletben (pl. 100 dobás) az átlag lehet 10,55, addig az elméleti középérték, amely körül az átlag ingadozik, a **várható érték** (ebben az esetben 10,5).

<https://dice-roll-charts.lovable.app/>

Érdekesség: Emeljük ki, hogy a várható érték nem feltétlenül egy olyan szám, amit ténylegesen ki is tudunk dobni (10,5-et sosem dobunk három kockával), hanem a **dobások átlagát jellemzi** hosszú távon).

Implementation plan for the lesson / project

- **Elméleti alapozás (7-15. perc)**
- **Kapcsolat a statisztikával:** Tisztázzuk a statisztika és a valószínűségszámítás fogalmi párjait:
 - Relatív gyakoriság Valószínűség.
 - Átlag (súlyozott átlag) **Várható érték.**
- **Definíció:** A várható érték a lehetséges kimenetek valószínűségekkel **súlyozott átlaga**. Csak akkor értelmezhető, ha a kimenetek valós számok (pl. pontszám, nyeremény, osztályzat).
- **Jelölése:** $M(x)$ vagy $E(x)$.

A számítás módszertana (15-23. perc)

- **Lépések bemutatása:**
 1. Készítsünk táblázatot az összes lehetséges kimenetelről.
 2. Határozzuk meg minden kimenetel valószínűségét.
 3. Ellenőrizzük: a valószínűségek összege **mindig 1 legyen!**
 4. Szorozzuk össze a kimeneteket a hozzájuk tartozó valószínűségekkel, majd adjuk össze ezeket a szorzatokat.

Mintafeladat közös kidolgozása (23-33. perc)

- **Feladat:** A kereskedő sorsjegyjátéka.
- **Adatok:** 10 000 sorsjegy, különböző nyereményekkel (0 Ft, 500 Ft, 2000 Ft, 10 000 Ft).
- **Számítás:** Vezessük le a táblán a valószínűségek kiszámítását
- **Eredmény:**

<https://lucky-scratch-animation.lovable.app/>

- **Értelmezés:** Átlagosan ennyit fizet ki a bolt sorsjegyenként.

Gyakorlás és az "igazságos játék" fogalma (33-42. perc)

- **Csoportmunka vagy páros munka:** Angéla és Panni kockajátéka (186. o. 1. feladat).
 - Számolják ki mindkét szereplő várható nyereményét.
- **Diszkusszió:** Mikor nevezünk egy játékot **igazságosnak**? (Amikor a várható érték 0, vagy mindkét félnek ugyanannyi).
- **Szerencsejátékok etikája:** Beszéljük meg a forrás alapján, miért szabják a szervezők a sorsjegy árát a várható nyeremény fölé (üzleti nyereség, függőség veszélye).

ChatGPT

Google NotebookLM

Evaluation plan

A tanulók kipróbálják az app-okat. Táblázat készítése, valószínűség kiszámítása, várható érték kiszámítása.

Homework, project task

Összegzés és Házi feladat (42-45. perc)

- **Összegzés:** A várható érték arról ad információt, hogy nagyszámú kísérlet esetén **átlagosan** milyen eredményre számíthatunk.
- **Házi feladat:**
 1. Szabályos dobókockával dobott érték várható értékének kiszámítása.
 2. Három pénzérme feldobásakor a fejek számának várható értéke.

<https://flip-show-charts.lovable.app/>

General subject(s)

matematika